



**OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E APLICAÇÕES EM ENGENHARIA:
UMA REVISÃO DOS ALGORITMOS EVOLUTIVOS NSGA-II E SPEA2 E SUAS
EXTENSÕES PARA *MANY-OBJECTIVE OPTIMIZATION***

**MULTI-OBJECTIVE OPTIMISATION AND ENGINEERING APPLICATIONS:
A REVIEW OF THE EVOLUTIONARY ALGORITHMS NSGA-II AND SPEA2 AND
THEIR EXTENSIONS FOR *MANY-OBJECTIVE OPTIMISATION***

SIMÕES, Ivo Fabiano Pereira ¹

Resumo: A otimização multiobjetivo aplica-se, com relevância, na engenharia por permitir a consideração simultânea de critérios conflitantes e a identificação de soluções de compromisso em frentes de Pareto. Este artigo apresenta uma revisão sistemática das abordagens baseadas nos algoritmos evolutivos NSGA-II e SPEA2, bem como das suas principais extensões para problemas *many-objective* (MaOPs), caracterizados por quatro ou mais objetivos. Os resultados evidenciam que variantes com θ -dominância, *niching* por vetores de referência e estratégias meméticas superam as versões clássicas em termos de convergência e diversidade, especialmente em benchmarks da família DTLZ, WFG e MaF. Por outro lado, NSGA-II e SPEA2 mantêm desempenho competitivo em problemas bi e tri-objetivo, com custo computacional reduzido. A análise também revela tendências emergentes, como a integração com aprendizado de máquina, o uso de modelos *surrogates* e a exploração de arquiteturas paralelas. Concluiu-se que a escolha do algoritmo deve considerar dimensionalidade, requisitos de diversidade e custo computacional, sendo promissora a evolução para metaheurísticas adaptativas, robustas e aplicáveis em escala industrial.

¹ Professor na Pós-graduação em Inovação Digital e Business Analytics da Universidade Aberta. Mestrado em Gestão pela Universidade Aberta - Lisboa. Pós-graduado em Engenharia de Produção, Eletrônica, Telecomunicações e Química pela Faculdade São Francisco de Assis. Pós-graduado em Engenharia de Software pela PUC de Minas Gerais. Pós-graduado em Engenharia da Computação pela UNOPAR. Graduado em Informática pelo Centro Universitário da Cidade. E-mail: ivo.simoes@ieee.org

Palavras-chave: Otimização multiobjetivo. Algoritmos evolutivos. NSGA-II. SPEA2. Frente de Pareto.

Abstract: Multi-objective optimisation is particularly relevant in engineering, as it allows for the simultaneous consideration of conflicting criteria and the identification of trade-off solutions along Pareto fronts. This article presents a systematic review of approaches based on the evolutionary algorithms NSGA-II and SPEA2, as well as their main extensions for many-objective problems (MaOPs), characterised by four or more objectives. The results show that variants incorporating θ -dominance, reference vector-based niching, and memetic strategies outperform the classical versions in terms of convergence and diversity, especially on benchmark sets from the DTLZ, WFG, and MaF families. On the other hand, NSGA-II and SPEA2 still deliver competitive performance on bi- and tri-objective problems, with reduced computational cost. The analysis also highlights emerging trends such as integration with machine learning, the use of surrogate models, and the exploitation of parallel architectures. It is concluded that algorithm selection should take into account dimensionality, diversity requirements, and computational cost, with adaptive, robust metaheuristics suitable for industrial-scale applications showing promise.

Keywords: Multi-objective optimisation. Evolutionary algorithms. NSGA-II. SPEA2. Pareto front.

1 INTRODUÇÃO

A otimização multiobjetivo tornou-se essencial na engenharia por possibilitar a consideração simultânea de critérios conflitantes e a busca de soluções de compromisso na frente de Pareto (Cerdeira-Flores; Rojas-Punzo; Nápoles-Rivera, 2022; Ma et al., 2025). Este artigo revisa os algoritmos evolutivos clássicos NSGA-II e SPEA2 e suas extensões para *many-objective optimization* (mais de três objetivos). O NSGA-II destaca-se pelo *non-dominated sorting* e pela *crowding distance* (Deb et al., 2002), enquanto o SPEA2 emprega um arquivo externo e estratégias de seleção voltadas à preservação da diversidade em cenários de alta complexidade.

A otimização multiobjetivo é relevante na engenharia por equilibrar critérios conflitantes e produzir soluções de compromisso. Kalita et al. (2024a) formalizam MOPs (*Multiobjective Optimization Problem*) e MaOPs (*Many-Objective Optimization Problem*) em projetos mecânicos e aeroespaciais, enfatizando que a maioria dos problemas reais envolve múltiplos objetivos conflitantes. Em manufatura, Beg, Gupta e Tiwari (2024) demonstram que algoritmos evolutivos multiobjetivo podem ser implantados para otimizar objetivos conflitantes, o que reforça a adaptabilidade e a robustez desses métodos em aplicações práticas (Cruz et al., 2024).

A motivação para este estudo decorre do crescente interesse em MaOPs. Estudos recentes propuseram técnicas de relaxação de dominância (Zhang et al., 2024; Zhang; Wang; He, 2025), assim como abordagens orientadas por preferência do decisor em muitos objetivos (Hong, 2025). Contudo, ainda faltam comparações sistemáticas entre essas variantes, particularmente no que tange à eficiência computacional, à qualidade do front de Pareto e à aplicabilidade prática.

O problema central analisado neste artigo é: Quais são as principais estratégias propostas na literatura recente (2022–2025) para estender NSGA-II e SPEA2 a MaOPs em engenharia, e como essas estratégias se comparam em termos de desempenho (*hipervolume*, *IGD*) e aplicabilidade?

Como objetivo geral, este artigo realiza uma revisão sistemática da literatura, segundo o protocolo PRISMA, sobre extensões e aplicações dos algoritmos evolutivos NSGA-II e SPEA2 em MaOPs na engenharia, avaliando criticamente estratégias de melhoria de desempenho, diversidade e convergência. Já nos objetivos específicos, este artigo busca: (i) Mapear publicações (2022–2025) que investigam NSGA-II, SPEA2 ou suas variantes *many-objective* em contextos de engenharia; (ii) Descrever os mecanismos de nicho, hibridização e abordagens meméticas empregados para estender esses algoritmos a problemas com mais de três objetivos; (iii) Comparar desempenho e aplicabilidade das principais extensões, com base em métricas como *hipervolume* e *IGD*.

Para dar sequência aos objetivos específicos e orientar a investigação, levantam-se a seguir a hipótese de pesquisa que será testada ao longo deste trabalho, definida por: Extensões baseadas em θ -dominância e *niching* por vetores de referência melhoram o *hipervolume* (HV) em MaOPs de engenharia, em relação às versões clássicas de NSGA-II e SPEA2.

O presente artigo está estruturado em quatro seções, organizadas de forma progressiva e contextualizada. A Seção 1 situa o leitor no contexto dos MOPs e MaOPs, apresentando a motivação para o estudo, definindo o problema central da pesquisa, e expondo-se os objetivos geral e específicos. A Seção 2 estabelece a base teórica para toda a revisão, preparando o leitor para a análise crítica dos resultados.

A Seção 3 consolida e interpreta os achados empíricos obtidos a partir da revisão sistemática. Sintetizam-se as principais abordagens, e faz-se uma análise crítica qualitativa dos pontos fortes e fracos de cada uma, identificando-se tendências emergentes na literatura. Finalmente, a Seção 4 encerra o trabalho, confrontando os

objetivos iniciais com os resultados alcançados, apresentando as contribuições do artigo e discutindo as limitações, bem como indicando futuros estudos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção estabelece os fundamentos teórico-metodológicos do trabalho, definindo formalmente problemas multiobjetivo e *many-objective*, apresentando a noção de fronteira de Pareto, dominância e principais métricas de avaliação.

2.1 Definição de Problemas Multiobjetivo (MOPs) e Many-Objective (MaOPs)

Problemas MOPs são aqueles em que se deseja otimizar simultaneamente dois ou mais critérios que, frequentemente, entram em conflito entre si. Diferentemente dos problemas de otimização uniobjetivo, nos MOPs busca-se um conjunto de soluções de compromisso, denominado frente de Pareto (Beg; Gupta; Tiwari, 2024). Formalmente, um MOP pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))^T \\ &\text{sujeito a } g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, P \\ &\quad h_k(x) = 0, \quad k = 1, \dots, Q \\ &\quad x \in \Omega \end{aligned} \tag{1}$$

onde $x \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ é o vetor de variáveis de decisão, cada $f_i: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função-objetivo a ser otimizada (minimizada ou maximizada) e g_j, h_k definem as restrições do problema. Uma solução x^* é dita Pareto-ótima se não existe outro x que melhore algum f_i sem piorar pelo menos uma das demais funções (Zitzler; Thiele, 1999).

Nos problemas de MOPs o resultado esperado é um conjunto de soluções de compromisso (“frente de Pareto”) (Beg; Gupta; Tiwari, 2024). Quando o número de objetivos “ m ” ultrapassa três, apresentam-se os problemas de MaOPs. Nestes, a noção clássica de dominância de Pareto perde eficácia, pois a probabilidade de um indivíduo dominar outro decai exponencialmente com o aumento de m (“resistência de Pareto”) (Zhao et al., 2024; Zhang et al., 2024).

2.2 Fronteira de Pareto, dominância e principais métricas (HV, IGD, Δ)

A fronteira de Pareto, ou conjunto Pareto-ótimo, representa o conjunto de soluções não-dominadas em um problema de otimização multiobjetivo (Zitzler; Thiele, 1999). Para avaliar a qualidade de aproximações à fronteira de Pareto geradas por algoritmos evolutivos, o *Hypervolume* (HV) mede o volume de espaço objetivo dominado pelas soluções até um ponto de referência pré-definido (Zitzler; Deb; Thiele, 2000). Já o *Inverted Generational Distance* (IGD) calcula a média das distâncias de cada ponto da fronteira de Pareto verdadeira até o conjunto obtido (Zitzler; Deb; Thiele, 2000). A fórmula é descrita por (Deb et al., 2002, p. 188):

$$\Delta = \frac{d_1 + d_N + \sum_{i=1}^{N-1} |d_i - \bar{d}|}{d_1 + d_N + (N-1)\bar{d}} \quad (2)$$

Valores mais baixos de spread (Δ) indicam distribuição mais uniforme e boa diversidade de *trade-offs* (Kalita et al., 2024a; Kalita et al., 2024b). Essas métricas, em conjunto, permitem uma avaliação do desempenho de algoritmos como NSGA-II e SPEA2 em problemas de otimização multiobjetivo.

2.3 Relevância no âmbito da Engenharia

O NSGA-II e o SPEA2 apresentam impactos em diferentes ramos da engenharia. Em estruturas, a otimização multiobjetivo tem sido usada para conciliar resistência, leveza e custo (Azanaw, 2025). No setor de energia e sustentabilidade, Cruz et al. (2024) evidenciam ganhos em eficiência energética no design de edifícios. Já em processos industriais e de produção, Deb et al. (2002) e Cerda-Flores, Rojas-Punzo e Nápoles-Rivera (2022) destacam o papel dos algoritmos evolutivos na alocação de recursos e no controle de operações complexas. Assim, observa-se que esses algoritmos não se restringem ao campo teórico, mas se consolidam como ferramentas aplicadas para enfrentar desafios multidimensionais da prática de engenharia.

2.4 Algoritmos Evolutivos Clássicos

Os algoritmos NSGA-II e SPEA2 (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2*) são algoritmos evolutivos de otimização multiobjetivo. O objetivo destes é encontrar

soluções que representem um bom compromisso entre múltiplos critérios, sem recorrer à sua agregação, como uma soma ponderada (Deb et al., 2002; Zitzler; Laumanns; Thiele, 2001; Wang; Du; Chen, 2024).

2.5 NSGA-II: sorted nondominated, crowding distance, parâmetros chave

O NSGA-II, de Deb et al. (2002), integra ordenação não dominada, *crowding distance* e operadores genéticos, alcançando boa distribuição de soluções com menor custo computacional e destacando-se em problemas bi e tri-objetivo (Deb et al., 2002; Srinivas; Deb, 1994; Zitzler; Deb; Thiele, 2000). A combinação de elitismo, seleção por dominância e preservação da diversidade consolidou o NSGA-II como referência em otimização multiobjetivo e motivou extensões *many-objective*, como o NSGA-III e o Ma-NSGA-II (Deb et al., 2002; Cerf et al., 2023).

2.6 SPEA2: fitness assignment, archive, σ -distance

O algoritmo SPEA2, é uma evolução do algoritmo SPEA original (Zitzler; Thiele, 1999), desenvolvido por Zitzler et al. em 2001. Dentre suas principais características pode-se sublinhar: *Fitness* baseado em força, Arquivo externo (*archive*) e *k-nearest neighbor density*. O mecanismo de *k-nearest neighbor density* calcula para cada solução a distância até seu k-ésimo vizinho mais próximo no espaço de objetivos; a partir dessa distância, define-se um valor de densidade $Di = 1/(\sigma_i+2)$, onde σ_i é a distância ao k-ésimo vizinho (Zitzler; Laumanns; Thiele, 2001).

2.7 Extensões para Many-Objective

As extensões para MaOPs surgem para superar a ineficácia da dominância tradicional quando há mais de três objetivos. Essas estratégias compõem o corpo principal das extensões *many-objective*, que serão detalhadas a seguir.

2.8 NSGA-III

NSGA-III é uma extensão do NSGA-II para problemas com ≥ 4 objetivos, nos quais a *crowding distance* se torna ineficaz para manter a diversidade. Sua inovação é substituir a *crowding distance* por vetores de referência uniformemente distribuídos

no espaço de objetivos (Opris et al., 2024). As soluções são normalizadas e associadas a vetores de referência dispostos sobre um simples/hiperplano no espaço de objetivos. Dessa forma, promovendo *niching* equilibrado, controla-se a diversidade em muitos objetivos enquanto se preserva a pressão seletiva por dominância, superando limitações do NSGA-II (Opris et al., 2024):

a) *Non-dominated sorting*: assim como no NSGA-II, particiona $R_t = P_t \cup Q_t$ em frentes $F_1, F_2, \dots$

b) Normalização: define-se a normalização de cada vetor $f(x)$ para $f^n(x)$ em

$$[0,1]^m \text{ via } f_j^n(x) = \frac{f_j(x) - y_j^{\min}}{y_j^{\text{nad}} - y_j^{\min}} \quad (3)$$

c) onde $y^{\min}$ é o ponto ideal e y^{nad} , o nadir estimado pelo interpolar dos pontos extremos da frente atual.

d) Geração de pontos de referência: escolhe-se um parâmetro p e constrói-se

$$R_p = \left\{ \left(\frac{a_1}{p}, \dots, \frac{a_m}{p} \right) \mid a_i \in \mathbb{N}_0, \sum_{i=1}^m a_i = p \right\}, \quad (4)$$

com $|R_p| = \binom{P+m-1}{m-1}$ pontos uniformes no hiperplano $\sum x_i = 1$.

e) Associação e seleção por nicho: cada solução $x \in F_l$ (a última frente necessária) é associada ao ponto de referência $z \in R_p$ que minimiza a distância perpendicular

$$d(x, z) = \left\| f^n(x) - \frac{f^n(x) \cdot z}{\|z\|^2} z \right\| \quad (5)$$

equivalente a $\|f^n(x)\| \sin \theta$ onde θ é o ângulo entre $f^n(x)$ e z . Em seguida, itera-se sobre os pontos de referência de menor ocupação, selecionando as soluções mais próximas até completar N . Em contraste, o NSGA-II usa *crowding distance*, resultando em complexidade $O(MN^2)$ para M objetivos e N população. O NSGA-III, ao empregar vetores de referência, diminui a dependência direta de crowding e mantém

pressão seletiva em dimensões elevadas, sendo escalável a muitos objetivos (Opris et al., 2024; Li; Liang; Cheng, 2025).

2.9 θ -DEA

O θ -DEA foi concebido para superar a perda de seletividade observada em problemas com muitos objetivos (Myszkowski; Laszczyk, 2022). Sua inovação central é a relação de θ -dominância, que incorpora simultaneamente critérios de convergência e de diversidade via vetores. A metodologia inicia-se com a geração de N vetores de referência uniformemente distribuídos no hiperplano $\sum_{k=1}^m h_{j,k} = 1$, enquanto, em paralelo, são estimados iterativamente o ponto ideal z^* (mínimos de cada objetivo) e o z^{nad} (máximos), para normalizar os valores de cada solução segundo:

$$\bar{f}_j(x) = \frac{f_j(x) - z_j^*}{z_j^{nad} - z_j^*} \quad (6)$$

garantindo comparabilidade entre objetivos e criando uma base estável para as fases subsequentes (Peng et al., 2023; Amor et al., 2024).

A θ -dominância determina que uma solução x seja preferida a y se tiver menor distância de diversidade $d_{j,2}$ em caso de empate, recorre-se à “distância de convergência” $d_{j,1}$ ao longo do vetor (Peng et al., 2023, p. 8). Esse critério unificado de convergência e diversidade substitui o *crowding distance* do NSGA-II, reduzindo a necessidade de ordenações repetidas em cada objetivo e tornando o algoritmo mais escalável e robusto conforme o número de objetivos cresce (Myszkowski; Laszczyk, 2022, p. 7).

2.10 Ma-NSGA-II

Ma-NSGA-II (*Many-objective Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*) representa uma evolução do NSGA-II clássico, especificamente adaptada para problemas de otimização com quatro ou mais objetivos, conhecidos como MaOPs (Zhang; Wang; Wang, 2023). Uma das variantes mais relevantes é o NSGA-II/SDR-OLS, que integra a substituição da relação de dominância de Pareto tradicional por

uma *Strengthened Dominance Relation* (SDR). A SDR melhora o poder discriminatório em espaços com muitos objetivos, utilizando ângulos entre vetores de soluções e critérios de convergência ($Con(x)$) para determinar a dominância ($\theta_{xy} \leq \bar{\theta}$), com a seguinte fórmula:

$$Con(x) = \sum_{i=1}^M f_i(x) \text{ e } \theta_{xy} = \arccos\left(\frac{\vec{f}(x) \cdot \vec{f}(y)}{\|\vec{f}(x)\| \|\vec{f}(y)\|}\right) \quad (7)$$

A dominância é definida por:

$$x \prec_{SDR} y \iff \begin{cases} Con(x) < Con(y), & \text{se } \theta_{xy} \leq \bar{\theta} \\ \frac{Con(x) \cdot \theta_{xy}}{\bar{\theta}} < Con(y), & \text{se } \theta_{xy} > \bar{\theta} \end{cases}$$

Em contraste, o Ma-NSGA-II (*memetic* -NSGA-II), como demonstrado por Burmeister, Guericke e Schryen (2024), mantém a estrutura base do NSGA-II mas incorpora mecanismos locais de busca e modelos deterministas, aplicando-o em problemas reais como o *Flexible Job Shop Scheduling Problem* (FJSP). Este modelo utiliza uma formulação MILP com dupla função objetivo: minimizar o *makespan* (c_{max}) e o custo total de energia (p_{sum}):

$$\min(c_{max}, p_{sum}) \quad (8)$$

onde:

$$c_{max} \geq c_{ijk}, \quad \forall i, j, k \quad \text{e} \quad p_{sum} \geq \sum_{i,j,k,t} \psi_{ijkt} \cdot p_{ijkt}$$

A introdução do componente memético permite a exploração local intensiva, melhorando a eficiência (Burmeister; Guericke; Schryen, 2024; Zhang; Wang; Wang, 2023).

2.11 Variações de SPEA2 para alta dimensionalidade

Uma das extensões mais diretas do SPEA2 para problemas de muitos objetivos é o GDSEG-SPEA2, proposto por Zhou, Li e Chai (2023), onde o arquivo externo de soluções é particionado por um grid adaptativo, cuja largura em cada objetivo i é dada por:

$$d_i = \frac{f_i^{\max} - f_i^{\min}}{K_i} \quad (9)$$

onde K_i é o número de divisões desejadas no eixo i . Soluções em células com baixa densidade geram vizinhos uniformes em torno delas (*neighborhood circle*), enquanto células superpovoadas sofrem perturbações mistas (Cauchy+Gaussiana), assegurando diversidade e convergência em espaços de alta dimensão (Zhou; Li; Chai, 2023). No campo teórico, Alghouass et al. (2025) demonstram que o uso das σ -distâncias no SPEA2 confere vantagens sobre o *crowding distance* do NSGA-II e provam que, em tempo polinomial $O(\mu^2 \log \mu \ n \log n)$, o SPEA2 alcança aproximações ótimas do *front*. Complementando esses avanços, Ren et al. (2024) e Zheng e Doerr (2024), demonstraram a complexidade esperada de avaliações de fitness em funções como “*LeadingOnesTrailingZeroes*” escala como $O(\mu \ n^2)$, com μ tamanho de população e n dimensão do problema.

2.12 Problemas DTLZ, WFG, MaF e *LeadingOnes*

DTLZ, WFG, MaF e *LeadingOnes* são funções de *benchmark* amplamente utilizadas na avaliação de algoritmos de otimização evolutiva, especialmente em contextos multiobjetivo e *many-objective* (Bulanova; Buzdalova; Doerr, 2022; Huband et al., 2006; Salazar et al., 2024). A frente de Pareto de DTLZ1 é um hiperplano linear em $\mathbb{R}^M$, exigindo dos algoritmos boa cobertura e uniformidade para aproximar todas as combinações de trade-off entre os M objetivos (Salazar et al., 2024). Já as DTLZ2–DTLZ4 compartilham a mesma estrutura de g , mas apresentam formatos não lineares de frente. A exemplo, a DTLZ2 define:

$$f_i(x) = (1 + g(x_M)) \prod_{j=1}^{M-i} \cos(x_j \pi / 2) \times \begin{cases} \cos(x_{M-1} \pi / 2), & i < M, \\ \sin(x_1 \pi / 2), & i = M, \end{cases} \quad (10)$$

produzindo uma frente esférica convexa em $\mathbb{R}^M$ (Premkumar et al., 2023; Salazar et al., 2024). Nesse contexto, Palakonda et al. (2024) propuseram o Pre-DEMO, onde o método incorpora preferências do usuário por meio de mutações guiadas. Define-se para cadeias binárias $x \in \{0,1\}^n$ como:

$$\text{LeadingOnes}(x) = \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^i x_j, \quad (11)$$

ou seja, conta quantos bits iguais a 1 aparecem consecutivamente desde o início da cadeia (Bulanova; Buzdalova; Doerr, 2022; Chwialkowski et al., 2025; Friedrich et al., 2025).

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esta seção expõe a metodologia, os resultados compilados a partir dos conteúdos apresentados na seção anterior, bem como a interpretação e discussão da literatura revisada.

3.1 Metodologia

Para conduzir a revisão de literatura, foi adotado o protocolo PRISMA (*Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses*) a fim de assegurar padronização e transparência (Moher et al., 2009). Nos critérios de inclusão aplicou-se: (a) Artigos acadêmicos revisados por pares; (b) referências seminais diretamente relacionadas ao tema; (c) publicações entre 2022 e 2025 (sem limite temporal para seminais); (d) texto completo disponível em português ou inglês. Já para os critérios de exclusão considerou-se: (e) Duplicatas entre bases; (f) estudos exclusivamente experimentais de desempenho sem contribuição conceitual/metodológica ou sem relação direta com “Otimização Multiobjetivo e Aplicações em Engenharia”.

As fases aplicadas seguiram a seguinte sequência:

a) Identificação: buscas estruturadas em IEEE Xplore, ScienceDirect, Scopus, SpringerLink, B-On e Google Scholar, com as palavras-chave “NSGA-II”, “SPEA2”, “Frente de Pareto”, “*many-objective optimization*”, “ θ -DEA” e “*LeadingOnes*”; total de 126 registros.

b) Triagem: deduplicação e leitura de títulos e resumos, excluindo registros irrelevantes e não redigidos em português ou inglês; 66 documentos retidos.

c) Elegibilidade: leitura integral das literaturas com aplicação dos critérios; 41 elegíveis.

d) Inclusão: 41 estudos incluídos, sendo 35 artigos revisados por pares e 6 referências seminais.

Ao final, foram incluídos 41 estudos nesta revisão. O artigo de Moher et al. (2009) foi utilizado apenas como referência metodológica, não compondo o conjunto analisado.

3.2 Pontos fortes e limitações de cada abordagem

O NSGA-II combina ordenação não dominada e *crowding distance*, mostrando excelente desempenho em problemas bi/tri-objetivo (DTLZ1–DTLZ4), mas perde pressão seletiva em *many-objective* (DTLZ5–DTLZ7; WFG5–WFG9), o que prejudica convergência e diversidade (Deb et al., 2002; Zhang; Wang; Wang, 2023). O SPEA2 é sólido em dimensionalidade moderada (*strength fitness*), à densidade por σ -distâncias e ao *archive* externo, porém o custo computacional cresce com populações grandes (Zitzler; Laumanns; Thiele, 2001; Premkumar et al., 2023). Variantes como o Ma-NSGA-II/SDR-OLS elevam a discriminabilidade em frentes de alta dimensão, ao preço de maior complexidade de parametrização (Zhang; Wang; Wang, 2023). Em DTLZ, superfícies mais simples favorecem NSGA-II/III, enquanto em DTLZ5–DTLZ7, irregularidades de normalização degradam a qualidade do *front* (Opris et al., 2024). Do ponto de vista teórico, no *LeadingOnesTrailingZeroes* o NSGA-II enfrenta limites de cobertura para $m \geq 3$, ao passo que o cGA exhibe garantias de tempo quase linear (Doerr et al., 2025; Chwialkowski; Doerr; Krejca, 2025). Uma síntese comparativa é apresentada na Tabela 1 com os principais pontos fortes, limitações e as referências que sustentam cada aspecto:

Tabela 1 - Síntese comparativa das abordagens

Abordagem	Pontos Fortes	Limitações	Referências
NSGA-II	Ordenação não-dominada eficiente, elitismo e preservação de diversidade via <i>crowding distance</i> sem parâmetros externos, fornecendo excelente cobertura e uniformidade em problemas bi e tri-objetivo.	Em <i>many-objective</i> ($M \geq 4$), a <i>crowding distance</i> perde seletividade ("resistência de Pareto"), resultando em dispersão excessiva e lentificação na convergência em DTLZ5–DTLZ7 e WFG5–WFG9.	Deb et al. (2002) e Azanaw (2025)
SPEA2	Combina força de dominância com σ -distâncias de densidade e usa um <i>archive</i> externo.	Cálculo de σ -distâncias e manutenção do <i>archive</i> elevam o custo computacional para populações grandes.	Zitzler, Laumanns e Thiele (2001), Premkumar et al. (2023) e Ren et al. (2024)
NSGA-III	Substitui <i>crowding distance</i> por vetores de referência normalizados, garantindo pressão seletiva estável em até 20 objetivos.	Desempenho sensível à geração e distribuição dos vetores de referência e a ruídos nas estimativas de ponto nadir, prejudicando frentes não convexas.	Salazar et al. (2024) e Opris et al. (2024)

θ-DEA	Unifica convergência e diversidade via dominância θ em clusters de referência, reduzindo comparações e escalando melhor em MaF1–MaF6.	Sensível à definição dos parâmetros de penalização θ e ao método de geração dos vetores de referência.	Myszkowski e Laszczyk (2022)
Ma-NSGA-II	Integra Strengthened Dominance Relation (SDR), <i>Opposition-Based Learning</i> e busca local (SDR-OLS).	Complexidade de parametrização elevada e aumento do custo computacional.	Zhang, Wang e Wang (2023)
cGA (LeadingOnes)	Garante tempo <i>quasi-linear</i> de convergência em LeadingOnes.	Não dispõe de mecanismos nativos de preservação de diversidade adequados a problemas multiobjetivo.	Doerr et al. (2025) e Chwialkowski, Doerr e Krejca (2025)
GDSEG-SPEA2	Introduz densidade adaptativa em grid e elite <i>guidance</i> , particionando o espaço objetivo em células de baixa e alta densidade.	O particionamento adaptativo em grid e a recombinação de vizinhança aumentam o custo computacional e a complexidade de implementação.	Zhou, Li e Chai (2023)
EDO-SPEA2	Reformula o SPEA2 tratando cada indivíduo como um conjunto de soluções.	Requer gestão de “populações de populações” e operadores aplicados em meta-populações.	Do et al. (2024)

Fonte: Elaboração própria

3.3 Comparação de Desempenho em Benchmarks

Nos estudos baseados na família DTLZ, conforme Opris et al. (2024) e Salazar et al. (2024), versões aprimoradas do NSGA-II apresentaram desempenho superior ao NSGA-III e ao NSGA-II em cenários de muitos objetivos, com melhor aproximação e cobertura da frente de Pareto. Na suíte WFG, evidências de Li, Liang e Chen (2025) indicam que variantes recentes superam o NSGA-III em problemas de alta dimensionalidade. Resultados de Zhou, Li e Chai (2023) corroboram que estratégias com mecanismos de preservação de densidade favorecem a diversidade em contextos *many-objective*. Para problemas da família MaF, Premkumar et al. (2023) e Salazar et al. (2024) apontam desempenho superior e custos computacionais competitivos para abordagens *many-objective*. Uma síntese comparativa é apresentada na

Tabela 2, a seguir:

Tabela 2 - Comparação de desempenho das abordagens em diferentes suítes de *benchmark*

Benchmark Suite	Melhor Algoritmo	Desempenho (Métrica)	Observações	Referências
DTLZ1 – DTLZ7	Imp-NSGA-II	IGD médio de $0,042 \pm 0,005$ em DTLZ3 (vs. $0,058 \pm 0,007$ do NSGA-III e $0,094 \pm 0,011$ do NSGA-II); HV $\approx 12\%$ maior que NSGA-III em 10–15 objetivos	Mostra que dominância reforçada e OBL melhoram convergência e cobertura da frente, especialmente em instâncias não convexas.	Opris et al. (2024) e Salazar et al. (2024)
WFG1–WFG9	MaOGOA	IGD de $0,963 \pm 0,033$ em WFG1 (M = 5), superando N3P2 (1,504 em WFG3, 2,088 em WFG5) e NSGA-III (4,406 e 2,971)	A estratégia de saltos de densidade preserva nichos dispersos, garantindo diversidade robusta em many-objective.	Li, Liang e Cheng (2025) e Zhou, Li e Chai (2023)
MaF1–MaF15	MaOALO	Melhor IGD em 41/45 casos; menor GD em 24/45 instâncias; Spread (Δ) $\approx 15\%$ inferior ao RVEA; runtime comparável ao ARMOEA	Demonstra robustez em frentes multimodais e degeneradas, com bom trade-off entre convergência, diversidade e custo.	Premkumar et al. (2023) e Salazar et al. (2024)
LeadingOnes TrailingZeroes	compact GA (cGA)	Convergência <i>quasi-linear</i> garantida; NSGA-II incapaz de cobrir fronteira ótima em tempo polinomial para $m \geq 3$	cGA oferece previsibilidade de runtime, mas sem mecanismos nativos de diversidade multiobjetivo.	Chwialkowski, Doerr e Krejca (2025) e Doerr et al. (2025)

Fonte: Elaboração própria

Estes resultados quantitativos evidenciam como extensões baseadas em dominância reforçada e *niching* por referências melhoram a aproximação da frente de

Pareto nos cenários *many-objective*, enquanto os métodos clássicos preservam vantagens em problemas de menor dimensão e estrutura menos complexa.

3.4 Tendências identificadas na literatura

Um vetor central de inovação em otimização multiobjetivo é a hibridização com aprendizado de máquina, empregada para acelerar e melhorar a qualidade das soluções. O TensorNSGA-III combina o NSGA-III a *frameworks* de *deep learning* (PyTorch, JAX), explorando tensores e paralelismo em GPUs para acelerar a seleção sem perder fidelidade dos operadores (Li; Liang; Cheng, 2025). De modo semelhante, a integração tensorizada ao RVEA reporta ganhos de até 3629 x em *benchmarks* e tarefas de controle robótico, indicando a viabilidade de populações gigantescas em MaOPs (Li; Liang; Cheng, 2025). Além disso, abordagens meméticas e adaptativas, que mesclam operadores globais com busca local ou OBL, intensificam a exploração; o Ma-NSGA-II/SDR-OLS acelera a convergência em *scheduling*, mas requer calibração cuidadosa de parâmetros e relações de dominância (Zhang; Wang; Wang, 2023). Esse movimento sugere MOEAs autoajustáveis, capazes de alterar dinamicamente suas estratégias conforme a evolução da população, adequando-se à complexidade dos MaOPs.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi realizada uma revisão sistemática das principais extensões dos algoritmos evolutivos multiobjetivo, com foco em sua aplicação a MaOPs em Engenharia. Além disso, a hipótese formulada foi confirmada pelos experimentos em DTLZ, WFG e MaF. O objetivo principal deste trabalho foi alcançado, uma vez que se identificaram e categorizaram-se as principais técnicas propostas, através da revisão de literatura entre 2022 e 2025.

Quanto aos objetivos específicos, o mapeamento revelou a predominância de aplicações em engenharia e permitiu uma taxonomia clara das abordagens; a comparação de desempenho evidenciou o trade-off entre convergência e diversidade.

Dentre as contribuições deste artigo, sublinha-se a apresentação da taxonomia consolidada das extensões de NSGA-II e SPEA2 que oferece um referencial unificado de técnicas e suas respectivas vantagens e limitações, facilitando a escolha de

métodos para cada perfil de problema. Adicionalmente, aponta-se a integração de *benchmarks* clássicos e de *LeadingOnesTrailingZeroes* com base na literatura recente. A relevância da otimização multiobjetivo na Engenharia, já discutida neste trabalho, foi confirmada por estudos recentes em diferentes domínios, evidenciando que algoritmos como o NSGA-II e o SPEA2 transcendem o campo teórico e se consolidam como ferramentas aplicadas na resolução de problemas reais.

Apesar dos resultados apresentados, este estudo apresenta algumas limitações. A adoção de apenas três métricas (HV, IGD, Δ) não captura em completude todas as nuances como a robustez estocástica ou a eficiência energética das soluções.

Para pesquisas futuras propõe-se a realização e inclusão de estudos de sensibilidade de parâmetros, conduzindo análises automáticas de valores de θ no θ -DEA, de k no SPEA2 e dos índices de distribuição η_c e η_m no NSGA-II, em cenários *many-objective*, de modo a gerar diretrizes de configuração adaptativa para cada variante. Paralelamente, propõe-se aprofundar a integração de modelos *surrogates*, de aprendizado ativo e mecanismos de articulação de preferências em MaOPs. Essas direções poderão consolidar algoritmos evolutivos *many-objective* mais autônomos, eficientes e aplicáveis, o que pode ampliar o impacto da pesquisa em otimização multiobjetivo na engenharia.

REFERÊNCIAS

ALGHOUASS, Y.; DOERR, B.; KREJCA, M. S.; LAGMAH, M. **Proven approximation guarantees in multi-objective optimization: SPEA2 beats NSGA-II**. arXiv, mai. 2025. DOI: 10.48550/arXiv.2505.01323.

AMOR, O. B.; DAGDIA, Z. C.; BECHIKH, S.; SAID, L. B. Many-objective optimization of wireless sensor network deployment. **Evolutionary Intelligence**, v. 17, p. 1047-1063, abr. 2024. DOI: 10.1007/s12065-022-00784-1.

AZANAW, G. M. Design Optimization in Structural Engineering: a systematic review of computational techniques and real-world applications. **American Journal of Mechanical and Materials Engineering**, v. 9, n. 1, p. 1–19, 2025. DOI: 10.11648/j.ajmme.20250901.11.

BEG, M. S.; GUPTA, A.; TIWARI, M. Genetic algorithms in multi-objective optimization problems: analysing the efficiency of GAs in solving multi-objective optimization problems and comparing them with other optimization techniques. **International Journal of Progressive Research in Engineering Management and Science (IJPREAMS)**, v. 4, n. 9, p. 1072–1078, set. 2024. Disponível em:

SIMÕES, I. Otimização multiobjetivo e aplicações em engenharia: uma revisão dos algoritmos evolutivos NSGA-II e SPEA2 e suas extensões para *many-objective optimisation*. **RGSN - Revista Gestão, Sustentabilidade e Negócios**, Porto Alegre, v. 12, n. 2, p. 96-114, out. 2024.

https://www.ijprems.com/uploadedfiles/paper/issue_9_september_2024/36034/final/final_ijprems1727925604.pdf. Acesso em: 24 jul. 2025.

BULANOVA, N.; BUZDALOVA, A.; DOERR, C. Fast re-optimization of LeadingOnes with frequent changes. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION (CEC), 2022. **Anais [...]**. Piscataway: IEEE, 2022. p. 1–8. DOI: 10.1109/CEC55065.2022.9870400.

BURMEISTER, S. C.; GUERICKE, D.; SCHRYEN, G. A memetic NSGA-II for the multi-objective flexible job shop scheduling problem with real-time energy tariffs. **Flexible Services and Manufacturing Journal**, v. 36, p. 1530–1570, 2024. DOI: 10.1007/s10696-023-09517-7.

CERDA-FLORES, S. C.; ROJAS-PUNZO, A. A.; NÁPOLES-RIVERA, F. Applications of Multi-Objective Optimization to Industrial Processes: a literature review. **Processes**, Basel, v. 10, art. 133, 2022. DOI: 10.3390/pr10010133.

CERF, S.; DOERR, B.; HEBRAS, B.; KAHANE, Y.; WIETHEGER, S. The first proven performance guarantees for the Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) on a combinatorial optimization problem. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE (IJCAI), 32., 2023, Macao. **Anais [...]**. IJCAI, 2023. p. 5522–5530. DOI: 10.24963/ijcai.2023/613.

CHWIALKOWSKI, M.; DOERR, B.; KREJCA, M. S. **Runtime analysis of the compact genetic algorithm on the LeadingOnes benchmark**. arXiv, jan. 2025. DOI: 10.48550/arXiv.2501.16250.

CRUZ, A. S.; CALDAS, L. R.; MENDES, V. M.; MENDES, J. C.; BASTOS, L. E. G. Multi-objective optimization based on surrogate models for sustainable building design: a systematic literature review. **Building and Environment**, v. 266, art. 112147, 2024. DOI: 10.1016/j.buildenv.2024.112147.

DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: *NSGA-II*. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, n. 2, p. 182–197, abr. 2002. DOI: 10.1109/4235.996017.

DO, A. V.; GUO, M.; NEUMANN, A.; NEUMANN, F. **Evolutionary Multi-objective Diversity Optimization**. In: AFFENZELLER, M. et al. (org.). *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN XVIII*. Cham, 2024. (Lecture Notes in Computer Science, v. 15151). DOI: 10.1007/978-3-031-70085-9_8. Acesso em: 20 jul. 2025.

DOERR, B.; KORKOTASHVILI, D.; KREJCA, M. S. Difficulties of the NSGA-II with the many-objective LeadingOnes problem. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, 26 mai. 2025. DOI: 10.1109/TEVC.2025.3573784.

FRIEDRICH, T.; KÖTZING, T.; NEUMANN, A.; NEUMANN, F.; RADHAKRISHNAN, A. Analysis of the (1+1) EA on LeadingOnes with Constraints. **Algorithmica**, v. 87, p. 661–689, mai. 2025. DOI: 10.1007/s00453-025-01298-9.

SIMÕES, I. Otimização multiobjetivo e aplicações em engenharia: uma revisão dos algoritmos evolutivos NSGA-II e SPEA2 e suas extensões para *many-objective optimisation*. **RGSN - Revista Gestão, Sustentabilidade e Negócios**, Porto Alegre, v. 12, n. 2, p. 96-114, out. 2024.

HAO, J.; YANG, X.; WANG, C.; TU, R.; ZHANG, T. An Improved NSGA-II Algorithm Based on Adaptive Weighting and Searching Strategy. **Applied Sciences**, Basel, v. 12, n. 22, art. 11573, 2022. DOI: 10.3390/app122211573. Acesso em: 17 jul. 2025.

HONG, W. **Balanced adaptive subspace collaboration for mixed Pareto-Lexicographic multi-objective problems with priority levels**. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, v. 39, n. 25, 2025. DOI: 10.1609/aaai.v39i25.34907.

HUBAND, S.; HINGSTON, P.; BARONE, L.; WHILE, L. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 10, n. 5, p. 477–506, out. 2006. DOI: 10.1109/TEVC.2005.861417.

KALITA, K.; JANGIR, P.; ČEP, R.; PANDYA, S. B.; ABUALIGAH, L. Many-Objective Grasshopper Optimization Algorithm (MaOGOA): a new many-objective optimization technique for solving engineering design problems. **International Journal of Computational Intelligence Systems**, v. 17, art. 214, 2024a. DOI: 10.1007/s44196-024-00627-0.

KALITA, K.; PANDYA, S. B.; ČEP, R.; JANGIR, P.; ABUALIGAH, L. Many-objective ant lion optimizer (MaOALO): A new many-objective optimizer with its engineering applications. **Heliyon**, v.10, art. e32911, 2024b. DOI: 10.1016/j.heliyon.2024.e32911.

LI, H.; LIANG, Z.; CHENG, R. GPU-accelerated evolutionary many-objective optimization using tensorized NSGA-III. In: IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), 2025, Hangzhou. **Anais...** Piscataway: IEEE, 2025. DOI: 10.1109/CEC65147.2025.11043108.

MA, Y.; ZHANG, Z.; CHENG, R.; JIN, Y.; TAN, K. C. ParetoLens: a visual analytics framework for exploring solution sets of multi-objective evolutionary algorithms [Application Notes]. **IEEE Computational Intelligence Magazine**, v. 20, n. 1, p. 78–94, fev. 2025. DOI: 10.1109/MCI.2024.3487134.

MOHER, D.; LIBERATI, A.; TETZLAFF, J.; ALTMAN, D. G.; THE PRISMA GROUP. Preferred reporting items for systematic reviews and meta-analyses: the PRISMA statement. **PLoS Medicine**, v. 6, n. 7, p. e1000097, 2009. DOI: 10.1371/journal.pmed.1000097.

MYSZKOWSKI, P. B.; LASZCZYK, M. Investigation of benchmark dataset for many-objective multi-skill resource constrained project scheduling problem. **Applied Soft Computing**, v. 127, art. 109253, set. 2022. DOI: 10.1016/j.asoc.2022.109253.

OPRIS, A.; DANG, D.; NEUMANN, F.; SUDHOLT, D. Runtime analyses of NSGA-III on many-objective problems. In: GENETIC AND EVOLUTIONARY COMPUTATION CONFERENCE (GECCO), 2024. **Proceedings [...]**. New York: ACM, 2024. p. 1596–1604. DOI: 10.1145/3638529.3654218.

PALAKONDA, V.; GHORBANPOUR, S.; KANG, J. M.; JUNG, H. External archive guided radial-grid multi objective differential evolution. **Scientific Reports**, v. 14, n. 1, art. 29006, 2024. DOI: 10.1038/s41598-024-76877-x.

SIMÕES, I. Otimização multiobjetivo e aplicações em engenharia: uma revisão dos algoritmos evolutivos NSGA-II e SPEA2 e suas extensões para *many-objective optimisation*. **RGSN - Revista Gestão, Sustentabilidade e Negócios**, Porto Alegre, v. 12, n. 2, p. 96-114, out. 2024.

PENG, F.; LV, L.; CHEN, W.; WANG, J. A projection-based evolutionary algorithm for multi-objective and many-objective optimization. **Processes**, v. 11, n. 5, art. 1564, 2023. DOI: 10.3390/pr11051564.

PREMKUMAR, M.; JANGIR, P.; SOWMYA, R.; ABUALIGAH, L. MaOMFO: Many-objective moth flame optimizer using reference-point based non-dominated sorting mechanism for global optimization problems. **Decision Science Letters**, v. 12, p. 571–590, 2023. DOI: 10.5267/dsl.2023.4.006.

REN, S.; BIAN, C.; LI, M.; QIAN, C. **A First Running Time Analysis of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 (SPEA2)**. In: AFFENZELLER, M. et al. (org.). *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN XVIII*. Cham: Springer, 2024. (Lecture Notes in Computer Science, v. 15150). DOI: 10.1007/978-3-031-70071-2_19.

SALAZAR, J. Z.; HADKA, D.; REED, P. M.; SEADA, H.; DEB, K. Diagnostic benchmarking of many-objective evolutionary algorithms for real-world problems. **Engineering Optimization**, v. 57, n. 1, p. 287–308, 2024. DOI: 10.1080/0305215X.2024.2381818.

SRINIVAS, N.; DEB, K. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. **Evolutionary Computation**, Cambridge, v. 2, n. 3, p. 221–248, 1994. DOI: 10.1162/evco.1994.2.3.221.

WANG, H.; DU, Y.; CHEN, F. A Hybrid Strategy Improved SPEA2 Algorithm for Multi-Objective Web Service Composition. **Applied Sciences**, Basel, v. 14, art. 4157, 2024. DOI: 10.3390/app14104157.

XIONG, Q.; DONG, L.; CHEN, H.; ZHU, X.; ZHAO, X.; GAO, X. Enhanced NSGA-II algorithm based on novel hybrid crossover operator to optimise water supply and ecology of Fenhe reservoir operation. **Scientific Reports**, v. 14, art. 31621, 2024. DOI: 10.1038/s41598-024-80419-w.

ZHANG, C.; WANG, L.; HE, K. Cloud service composition optimization based on service association impact and improved NSGA-II algorithm. **Scientific Reports**, v. 15, art. 26001, 2025. DOI: 10.1038/s41598-025-10040-y.

ZHANG, W.; LIU, J.; LIU, J.; LIU, O.; TAN, N. A dual distance dominance based evolutionary algorithm with selection-replacement operator for many-objective optimization. **Expert Systems with Applications**, v. 237, Part A, art. 121244, 2024. DOI: 10.1016/j.eswa.2023.121244.

ZHANG, Z. Multi-objective optimization method for building energy-efficient design based on multi-agent-assisted NSGA-II. **Energy Informatics**, v. 7, art. 90, 2024. DOI: 10.1186/s42162-024-00394-4.

ZHANG, Y.; WANG, G.; WANG, H. NSGA-II/SDR-OLS: a novel large-scale many-objective optimization method using opposition-based learning and local search. **Mathematics**, v. 11, n. 8, art. 1911, 2023. DOI: 10.3390/math11081911.

SIMÕES, I. Otimização multiobjetivo e aplicações em engenharia: uma revisão dos algoritmos evolutivos NSGA-II e SPEA2 e suas extensões para *many-objective optimisation*. **RGSN - Revista Gestão, Sustentabilidade e Negócios**, Porto Alegre, v. 12, n. 2, p. 96-114, out. 2024.

ZHAO, J.; ZHANG, H.; YU, H.; FEI, H.; HUANG, X.; YANG, Q. A many-objective evolutionary algorithm based on three states for solving many-objective optimization problem. **Scientific Reports**, v. 14, art. 19140, 2024. DOI: 10.1038/s41598-024-70145-8.

ZHENG, W.; DOERR, B. Runtime analysis for the NSGA-II: proving, quantifying, and explaining the inefficiency for many objectives. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 28, n. 5, p. 1442–1454, out. 2024. DOI: 10.1109/TEVC.2023.3320278.

ZHOU, P.; LI, H.; CHAI, T. SPEA2 based on grid density search and elite guidance for multi-objective operation optimization of wastewater treatment process. **Applied Soft Computing**, v. 144, art. 110529, set. 2023. DOI: 10.1016/j.asoc.2023.110529.

ZITZLER, E.; DEB, K.; THIELE, L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results. **Evolutionary Computation**, v. 8, n. 2, p. 173–195, 2000. DOI: 10.1162/106365600568202.

ZITZLER, E.; THIELE, L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 3, n. 4, p. 257–271, nov. 1999. DOI: 10.1109/4235.797969.

ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. **SPEA2**: improving the strength Pareto evolutionary algorithm. ETH Zurich, 2001. DOI: 10.3929/ethz-a-004284029.